

Задачник «Факториалы»

Группа №1.

11. Вычислите:

а) $7!$; б) $8!$; в) $6! - 5!$; г) $\frac{5!}{5}$.

12. Вычислите:

а) $\frac{10!}{5!}$; б) $\frac{11!}{5! \cdot 6!}$; в) $\frac{51!}{49!}$; г) $\frac{14!}{7! \cdot 3! \cdot 4!}$.

13. Делится ли $11!$ на:

а) 64; б) 25; в) 81; г) 49?

14. Сколькими нулями оканчивается число:

а) $10!$; б) $12!$; в) $15!$; г) $26!$?

15. Сократите дробь:

а) $\frac{n!}{(n-1)!}$; в) $\frac{(2k+1)!}{(2k-1)!}$;

б) $\frac{n!}{2! \cdot (n-2)!}$; г) $\frac{(4m-1)!}{(4m-3)!}$.

16. Упростите выражение:

а) $\frac{(n+2)!(n^2-9)}{(n+4)!}$; б) $\frac{1}{(n-2)!} - \frac{(n^3-n)}{(n+1)!}$;

в) $\frac{25m^5 - m^3}{(5m+1)!} \cdot \left(\frac{1}{5 \cdot (5m-2)!} \right)^{-1}$;

г) $\frac{(3k+3)! \cdot k!}{(3k)!} : \frac{(k+3)!(3k+1)}{3!(k^2+5k+6)}$.

17. Решите уравнение:

а) $n! = 7(n-1)!$;
 б) $(m+17)! = 420(m+15)!$;
 в) $(k-10)! = 77(k-11)!$;
 г) $(3x)! = 504(3x-3)!$.

22. Решите уравнение:

а) $C_x^3 = 2C_x^2$; в) $C_x^2 + C_{x+1}^2 = 49$;
 б) $C_x^{x-2} = 15$; г) $C_8^x = 70$.

Группа №2.

1.1. Вычислите устно:

1) $\frac{8!-7!}{7!}$; 2) $\frac{5!+6!}{4!}$; 3) $\frac{P_7 - P_5}{6!}$; 4) $\frac{P_9 - 8!}{P_7}$; 5) $\frac{6! - P_5}{5!}$; 6) $\frac{8!}{P_7 + P_6}$;
 7) $\frac{9!}{7!} \cdot \frac{7!}{8!}$.

1.2. Сократите дроби:

1) $\frac{(n-1)!}{n!}$; 2) $\frac{(n-1)!}{(n-3)!}$; 3) $\frac{A_9^3 + A_9^2}{P_8}$; 4) $\frac{A_x^3}{A_x^2}$; 5) $\frac{2k(2k-1)!}{(2k)!}$; 6) $\frac{A_{n+1}^3}{A_n^2}$;
 7) $\frac{(n-1)!n}{(n+1)n!}$.

1.3. Решите уравнения:

1) $\frac{C_{x+1}^{x-1}}{C_x^{x-3}} = \frac{4}{5}$; 2) $\frac{A_{k+1}^4 P_{k-4}}{P_{k-1}} = 15$; 3) $C_{x+1}^{x-4} = \frac{7}{15} A_{x+1}^3$; 4) $C_x^{x-3} + C_x^{x-4} =$
 $= 11C_{x+1}^2$; 5) $A_{2k}^3 = 100A_k^2$; 6) $C_k^3 : C_k^5 = 2 : 3$.

Группа №3.

22 Упростить форму записи выражений (полагая, что k — натуральное число, $k > 4$):

1) $6! \cdot 7$; 2) $10! \cdot 11$; 3) $15 \cdot 14!$; 4) $12 \cdot 11!$;
 5) $k!(k+1)$; 6) $(k-1)!k$; 7) $(k-1)!k(k+1)$;
 8) $(k-2)!(k-1) \cdot k$; 9) $(k-4)!(k^2-5k+6)$;
 10) $(k-3)!(k^2-3k+2)$.

24 Найти значение выражения:

1) $\frac{26!}{25!}$; 2) $\frac{32!}{31!}$; 3) $\frac{12!}{10!}$; 4) $\frac{14!}{12!}$;
 5) $\frac{5! \cdot 3!}{7!}$; 6) $\frac{6! \cdot 4!}{8!}$; 7) $\frac{10!}{8! \cdot 3!}$; 8) $\frac{11!}{9! \cdot 2!}$.

24 Упростить выражение (буквами n и m обозначены натуральные числа):

1) $\frac{P_{n+1}}{P_n}$; 2) $\frac{P_{n+2}}{P_{n+1}}$; 3) $\frac{m!(m+1)}{(m+2)!}$; 4) $\frac{(m+3)!}{(m+1)!(m+2)!}$.

25 Решить уравнение относительно n :

1) $\frac{P_n}{P_{n+1}} = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{P_{n+2}}{P_{n+1}} = 5$;
3) $\frac{P_n}{P_{n-2}} = 20$; 4) $\frac{P_{n-1}}{P_{n+1}} = \frac{1}{12}$.

34 Найти значение выражения:

1) $\frac{A_{15}^9 - A_{15}^8}{A_{15}^7}$; 2) $\frac{A_{18}^{10} + A_{18}^{11}}{A_{18}^9}$; 3) $\frac{A_9^4 \cdot A_4^4}{A_8^6}$; 4) $\frac{A_5^5 \cdot A_{10}^3}{A_9^7}$.

35 Решить относительно m уравнение:

1) $A_m^2 = 72$; 2) $A_m^2 = 56$; 3) $A_m^3 = 12m$;
4) $A_m^3 = 20m$; 5) $A_{m+1}^2 = 110$; 6) $A_{m+2}^2 = 90$;
7) $A_m^5 = 18A_{m-2}^4$; 8) $(m-4) \cdot A_m^4 = 21(m-5) \cdot A_{m-2}^3$.

36 Упростить выражение:

1) $\frac{A_9^n \cdot P_{10-n}}{P_8}$, где $n \leq 9$; 2) $\frac{P_{12}}{A_{13}^n \cdot P_{14-n}}$, где $n \leq 13$.

49 Решить уравнение:

1) $C_{x+1}^2 + C_{x+1}^3 = 7x$; 2) $C_{x-1}^3 + C_{x-1}^2 = 4(x-1)$;
3) $C_x^3 = \frac{4}{15} C_{x+2}^4$; 4) $5C_x^3 = C_{x+2}^4$;
5) $C_{3x+1}^{3x-1} = 120$; 6) $C_{2x+1}^{2x-1} = 36$.

55 Вычислить:

1) $\frac{7! - 5!}{5!}$; 2) $\frac{6! - 4!}{5!}$; 3) $\frac{149!}{148!} - \frac{36!}{35!}$;
4) $\frac{97!}{96!} + \frac{35!}{34!}$; 5) $\frac{4! \cdot 8!}{6! \cdot 7!}$; 6) $\frac{9! \cdot 5!}{7! \cdot 6!}$.

56 Упростить:

1) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!}$; 2) $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$;
3) $\left(\frac{1}{(n+1)!} + \frac{1}{n!}\right) \cdot n!$; 4) $\left(\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}\right) \cdot n!$;
5) $\left(\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+2)!}\right) \cdot (n+1)!$; 6) $\left(\frac{1}{(n+2)!} + \frac{1}{n!}\right) \cdot (n+1)!$.

57 Найти значение выражения:

1) $\frac{A_7^4}{P_5}$; 2) $\frac{A_6^3}{P_4}$; 3) $\left(\frac{C_{11}^7}{10} - \frac{C_7^2}{5}\right) \cdot \frac{P_5}{A_6^4}$; 4) $\left(\frac{C_{10}^7}{3} + \frac{C_6^2}{6}\right) \cdot \frac{P_4}{A_5^4}$.

58 Решить уравнение:

1) $\frac{P_{x+1}}{P_{x-1}} = 30$; 2) $\frac{P_x}{P_{x-2}} = 42$; 3) $\frac{1}{P_{x-5}} = \frac{56}{P_{x-3}}$; 4) $\frac{1}{P_{x-4}} = \frac{110}{P_{x-2}}$;
5) $A_{x+1}^3 = 72(x-1)$; 6) $A_{x-1}^4 = 40(x-2)(x-3)$;
7) $5C_{n+1}^3 = 8C_n^4$; 8) $C_n^3 = 4C_{n-2}^2$.